机器学习基础作业 3

2025 年 4 月 15 日

问题 1. *把对缺失值的处理推广到 Gini 指数的计算.*

证明. 给定训练集 D 和属性 a, 令 $\tilde{D}$ 表示 D 中在属性 a 上没有缺失值的样本子集. 假定属性 a 有 V 个可取值 $\{a^1, a^2, \ldots, a^V\}$, 令 $\tilde{D}^v$ 表示 $\tilde{D}$ 中在属性 a 上取值为 a^v 的样本子集, $\tilde{D}_k$ 表示 $\tilde{D}$ 中属于第 k 类 $(k = 1, 2, \ldots, |\mathcal{Y}|)$ 的样本子集.

为每个样本 $\boldsymbol{x}$ 赋予一个权重 $w_{\boldsymbol{x}}$, 并定义

$$\rho = \frac{\sum_{\boldsymbol{x}\in\tilde{D}} w_{\boldsymbol{x}}}{\sum_{\boldsymbol{x}\in D} w_{\boldsymbol{x}}}$$

$$\tilde{r}_v = \frac{\sum_{\boldsymbol{x}\in\tilde{D}^v} w_{\boldsymbol{x}}}{\sum_{\boldsymbol{x}\in\tilde{D}} w_{\boldsymbol{x}}} \quad (1 \le v \le V)$$

$$\tilde{p}_{vk} = \frac{\sum_{\boldsymbol{x}\in\tilde{D}_k^v} w_{\boldsymbol{x}}}{\sum_{\boldsymbol{x}\in\tilde{D}^v} w_{\boldsymbol{x}}} \quad (1 \le k \le |\mathcal{Y}|)$$

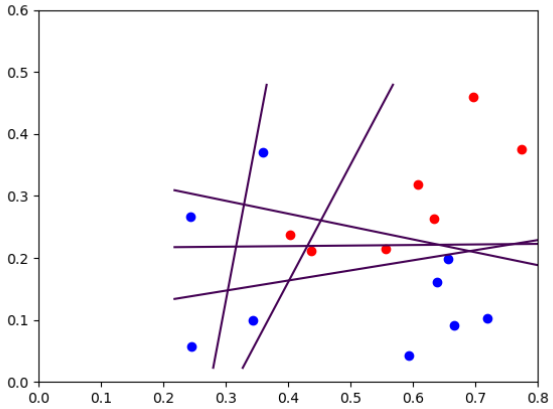
基于以上定义, 可以推广 Gini 指数的计算为

$$\mathrm{Gini}(D, a) = \rho \times \mathrm{Gini}(\tilde{D}, a) = \rho \times \sum_{v=1}^{V} \tilde{r}_v \times \mathrm{Gini}(\tilde{D}^v) = \rho \times \sum_{v=1}^{V} \tilde{r}_v \times \left(1 - \sum_{k=1}^{|\mathcal{Y}|} \tilde{p}_{vk}^2\right)$$

□

问题 2. *下载或编程实现多变量决策树算法, 并在西瓜数据集 3.0 上进行测试.*

证明. 编程实现在随同的 `decision_tree.py` 已经实现, 测试结果如下:



红蓝颜色的点表示好坏西瓜, 直线表示决策树的划分边界.

□